

Sesión Especial

# **MODELACIÓN MATEMÁTICA COMPUTACIONAL DE SISTEMAS TERRESTRES**

Organizadores:

Guillermo Hernández García  
Norberto Vera Guzmán  
Agustín Alberto Rosas Medina

SE11-1

**EFFICIENT SPLITTING METHOD FOR SOLVING THE DIFFUSION EQUATION ON A SPHERE**

Skiba Yuri<sup>1</sup> y Filatov Denis<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Centro de Ciencias de la Atmósfera, UNAM

<sup>2</sup>Centro de Investigaciones Computacionales, IPN  
skiba@servidor.unam.mx

A new method of constructing balanced finite-difference schemes for describing the diffusion dynamics on a sphere has been developed [1]. The main idea is the use of coordinate splitting of the original diffusion equation and the subsequent construction of one-dimensional balanced schemes [2]. The splitting is accompanied with the Crank-Nicolson or/and purely implicit approximation in time. Although the sphere is not a doubly periodic manifold, the approach allows to employ two coordinate maps for covering the sphere and thus to use periodic boundary conditions for solving the split one-dimensional problems in both directions [3-4]. This approach does not require imposing artificial boundary conditions at the poles, and allows increasing the spatial accuracy [3-6]. As an example, a fourth-order finite difference scheme for the linear diffusion equation is given. The schemes are computationally inexpensive and can be solved by direct band linear solvers. Numerical experiments have demonstrated that the approach allows adequate simulating both homogeneous and heterogeneous diffusion processes (that is, both with constant and variable diffusion coefficient) all over the sphere. Upon this, the properties of balance of the total amount of the substance and the substance dissipation in the L2-norm are properly satisfied.

In spite of the fact that the method is described for the linear diffusion equation, it can directly be applied to a nonlinear diffusion problem if one linearizes the original equation in each small time interval and uses the coordinate splitting. Indeed, then each split one-dimensional linearized problem will have the same form as in the case of linear diffusion provided that the diffusion coefficient depends now on the solution value taken from the previous time step.

The numerical experiments demonstrate a small gain of the Crank-Nicolson approximation over the purely implicit scheme for the linear model. However, for the nonlinear model both schemes provide almost indistinguishable results.

References:

1. Yu.N. Skiba and D.M. Filatov (2010), On an Efficient Splitting-Based Method for Solving the Diffusion Equation on a Sphere. Numer. Meth. PDE (in press).
2. Yu.N. Skiba (1995), Finite-Difference Mass and Total Energy Conserving Schemes for Shallow-Water Equations, Russian Meteor. & Hydrol., 2, 35-43.
3. Yu.N. Skiba and D.M. Filatov (2007), On Splitting-based Mass and Total Energy Conserving Arbitrary Order Shallow-Water Schemes, Numer. Meth. PDE, 23 (3), 534-552.
4. Yu.N. Skiba and D.M. Filatov (2008), Conservative Arbitrary Order Finite Difference Schemes for Shallow-Water Flows, J. Comp. Appl. Math., 218 (2), 579-591.
5. Yu.N. Skiba and D.M. Filatov (2009), Mass and Energy Conserving Fully Discrete Schemes for the Shallow-Water Equations, in: G. Spadoni (ed.), Energy Conservation: New Research, Nova Science Publishers, USA, 155-197.
6. Skiba Yu.N. and D.M. Filatov (2009), Simulation of Soliton-like Waves Generated by Topography with Conservative Fully Discrete Shallow-Water Arbitrary-Order Schemes. Intern. J. Numer. Meth. Heat & Fluid Flow, 19 (8), 982-1007.

SE11-2

**ALGUNOS DESARROLLOS EN EL DISEÑO ÓPTIMO DE REDES DE MONITOREO DEL AGUA SUBTERRÁNEA UTILIZANDO MODELOS ESTOCÁSTICOS**

Herrera Zamarrón Graciela<sup>1</sup>, Briseño Ruiz Jessica Vanessa<sup>2</sup> y Simuta Champo Roel<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Instituto de Geofísica, UNAM

<sup>2</sup>Posgrado del Instituto de Ingeniería, UNAM  
ghz@geofisica.unam.mx

Para reducir los costos de monitoreo de aguas subterráneas a largo plazo, Herrera (1998) desarrolló una metodología para el diseño óptimo de redes de monitoreo espacio-temporales. En ésta se seleccionan posiciones y tiempos de monitoreo de tal forma que no proporcionen información redundante en el espacio y el tiempo. La metodología utiliza un modelo de flujo y transporte estocástico para predecir la incertidumbre que tendrían las variables a monitorear y a través de un filtro de Kalman ensamblado espacio-temporal se evalúa la reducción en esta incertidumbre debida a la incorporación de datos obtenidos por la red de monitoreo. Para elegir las posiciones y los tiempos de monitoreo óptimos, se aplica un método de optimización de adiciones sucesivas.

La metodología se aplicó a un problema de campo en Herrera et al. (2001) y se presentaron algunos ejemplos de sus usos en Herrera y Pinder (2005). La aplicación del filtro de Kalman ensamblado requiere de simulación estocástica

o monte Carlo, por lo que es necesario correr repetidas veces el modelo de flujo y transporte. Para reducir el número de simulaciones requeridas se probó la incorporación de un método de muestreo del tipo hipercubo latino en Zhang et al. (2005). En el mismo trabajo se probó un algoritmo genético para llevar a cabo la optimización. Algunos avances recientes en la metodología son: 1) la posibilidad de seleccionar las profundidades de muestreo en el diseño, y 2) el uso del filtro de Kalman espacio-tiempo para la estimación global de los parámetros del modelo estocástico. Una revisión del desarrollo de la metodología y los resultados más recientes se presentarán en esta plática.

Herrera, G. S. (1998), Cost effective groundwater quality sampling network design, Ph.D. thesis, Univ. of Vt., Burlington.

Herrera, G. S., and G. F. Pinder (2005), Space-time optimization of groundwater quality sampling networks, Water Resour. Res., 41, W12407, doi:10.1029/2004WR003626.

Herrera, G. S., J. Guarnaccia, G. F. Pinder, and R. Simuta-Champo (2001), Design of efficient space-time groundwater quality sampling networks, in the proceedings of the 3rd International Symposium on Environmental Hydraulics, held in Tempe, Arizona, December 5-8, 2001.

Zhang, Y., G. F. Pinder, and G. S. Herrera (2005), Least cost design of groundwater quality monitoring networks, Water Resour. Res., 41, W08412, doi:10.1029/2005WR003936.

SE11-3

**NUMERICAL SIMULATION OF THE VADOSE ZONE: EFFECT ON SIMULATED FLUXES AT THE WATER TABLE DUE TO SELECTED BOUNDARY CONDITIONS AND VERTICAL DISCRETIZATION**

Carrera Hernández Jaime J.<sup>1</sup>, Mendoza Carl<sup>2</sup>, Devito Kevin<sup>2</sup> y Smerdon Brian<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica

<sup>2</sup>University of Alberta

<sup>3</sup>CSIRO land and water

jaime.carrera@ipicyt.edu.mx

The spatial and temporal variability of recharge is important in sub-humid, semi-arid and arid regions, where from a long-term analysis, evapotranspiration exceeds rainfall but where short, high intensity rainfall and snow melt events largely exceed evapotranspiration, thus enabling the recharge process to occur. Recharge can be classified as either actual recharge, which is the water that reaches the water table, or potential recharge, which is the water that might be available for recharge, but which due to specific situations (e.g., high water table) is transformed into run-off.

Because the unsaturated zone is a key element in hydrology, a large number of studies have recently used numerical models to investigate the factors that control recharge, because the unsaturated zone determines how precipitation is partitioned into runoff, infiltration, groundwater recharge and evapotranspiration. Accordingly, unsaturated flow modeling is increasingly being used to estimate potential aquifer recharge. A review of previous studies shows that unit-gradient and fixed water table lower boundary conditions have been applied to models of constant and variable spatial discretization.

In order to provide a general guidance, this work studies the effect of both discretization and boundary conditions on simulation times and estimated fluxes at the water table, using monolithic columns of different depths and textures. According to long-term numerical simulations (1919-2007) it can be concluded that a vertical discretization at both the top and bottom of the columns (varying from 0.1 to 10 cm) is recommended in order to improve simulation times. As will be illustrated, whenever the unsaturated flow modeling approach is used to estimate potential aquifer recharge, a fixed-head lower boundary condition should be used as it also allows upflux from the water table on dry years, a situation that is more physically-based than the unit-gradient boundary condition.

SE11-4

**FLUJO EN MACROFRACTURAS UTILIZANDO DESCOMPOSICIÓN DE DOMINIO**

Vera Guzmán Norberto

Instituto de Geofísica, UNAM

nrbtr@geofisica.unam.mx

En este trabajo se presenta una forma de simular el flujo de un fluido en un medio poroso fracturado, utilizando dos modelos macrohíbridos mixtos acoplados. Se utiliza descomposición de dominio para replantear el problema global como un conjunto de subproblemas locales, tanto para el medio poroso como para las fracturas. De acuerdo a este enfoque, se obtienen problemas locales (n)-dimensionales para el medio poroso, y problemas locales (n-1)-dimensionales para las fracturas.

La metodología que se aplica es la siguiente.

1. Se considera el dominio de definición del problema (medio poroso fracturado) Omega, como una región en 2D o en 3D.

2. El dominio Omega se divide en ER subdominios, y se asocian las interfaces entre los subdominios con las fracturas del medio poroso. Las propias fracturas a su vez, se dividen en EF subfracturas.
3. Para cada subdominio y para cada subfractura se plantea un problema mixto de flujo.
4. Cuando se considera que Omega es una región 2D, se tienen ER subdominios en 2D y EF subfracturas en 1D. Si Omega es una región 3D, se tienen ER subdominios en 3D y EF subfracturas en 2D o 1D del espacio 3D.
5. Los problemas mixtos de flujo planteados en los ER subdominios y en las EF fracturas, se acoplan para resolver el problema global.

Para resolver estos problemas, se utiliza una formulación variacional, una aproximación de elemento finito mixto y algoritmos de punto próximo. Esta forma de plantear y resolver los problemas permite la aplicación del cómputo en paralelo.

Se presentan algunos experimentos numéricos realizados en 2D considerando cualquier geometría, tanto en los subdominios como en las fracturas.

SE11-5

### DDM APPLIED TO SUBSURFACE FLOW AND TRANSPORT

Hernández García Guillermo  
*Instituto de Geofísica, UNAM*  
 ghdez@geofisica.unam.mx

#### Introduction

Recently, parallel computing is the most effective means for increasing computational speed. In this work various mathematical and numerical methods were developed to apply the multipliers-free domain decomposition methods (Herrera, I, 2008; Herrera, I, and Yates, R, 2009). Applying this method and the finite element methods, to the flow and transport in porous media, it was possible to obtain efficient parallelization of the governing equations in reservoirs with dominant advection.

#### Methods

The domain decomposition method has been investigated recently by several authors for bi-dimensional and tri-dimensional elliptic and parabolic problems. This method is attractive because it permits parallel processing of finer meshes to approach the domain at transport problems.

We consider some simple iterative sub-structuring methods that rely on a partition non-overlapping sub-domain. At the global domain an internal boundary a local domains are defined. The Schur complement matrix, relative to the unknowns on the internal boundary is obtained. This matrix can be found by sub-assembling local contributions. In particular solving the Schur system for the unknowns at the internal boundary, the internal components can be found.

#### Results

A code was developed for the Domain Decomposition Method, DDM, applied to the Transport in porous media. The existing code (2D version) was modified to incorporate the DDM.

#### Conclusion

It has been shown that dual-primal DDMs can be formulated without recourse to Lagrange multipliers and a multipliers-free formulation of such methods has been developed. This approach yields simple unified matrix-expressions, in terms of a generalized Schur-complement matrix. Applying this method, to the flow and transport in porous media, permit to obtain efficient parallelization of the governing equations in reservoirs with dominant advection.

#### References

Herrera, I., "New Formulation of Iterative Substructuring Methods Without Lagrange Multipliers Neumann-Neumann and FETI". Num. Meth. Part. Diff. Eq., 24(3) pp845-878, 2008.

Herrera, I. and Yates, R., "The Multipliers-Free Domain Decomposition Methods", Numerical Methods For Partial Differential Equations, 2009 (Online DOI 10.1002/num. 20462).

Herrera, I. and Yates, R., "The Multipliers-Free Dual Primal Domain Decomposition Methods for nonsymmetrical Matrices", Numerical Methods For Partial Differential Equations, 2009 (Submitted).

SE11-6

### ASIMILACIÓN MULTIESCALA EN MEDIOS POROSOS MEDIANTE MÉTODOS DETERMINÍSTICOS Y ESTOCÁSTICOS

Martínez Morales Manuel  
*Instituto Mexicano de Tecnología del Agua*  
 manuelm@tlaloc.imta.mx

En las últimas décadas el estudio del transporte de contaminantes en medios porosos ha sido objeto de una investigación intensa como resultado del creciente interés sobre la calidad del agua y los problemas de contaminación. Los primeros métodos cuantitativos que trataron de describir el transporte en sistemas de agua subterránea dependían completamente en un esquema determinístico, específicamente en la ecuación de advección – dispersión. Sin embargo, estudio recientes han señalado la importancia que tiene la heterogeneidad en el subsuelo en los mecanismos de transporte. Por ejemplo, se ha observado que el monitoreo de la distribución del soluto en espacio y tiempo requiere de un gran número de pozos de observación y una gran frecuencia de mediciones de la concentración del soluto. Además, el transporte en condiciones naturales es un proceso lento y la mancha de contaminación requiere de un monitoreo continuo durante un periodo de tiempo largo.

Los estudios de campo sugieren que los procesos depositacionales y diagenéticos controlan la estructura espacial de acuíferos sedimentarios. Dichos estudios muestran que la conductividad hidráulica puede predicarse relacionándola con el tipo de estratificación y los procesos depositacionales debido a los patrones espaciales en tamaño de partículas, cribado, orientación, y empacamiento. El control primario en el flujo del agua subterránea es la conductividad hidráulica, puesto que actúa de manera directa en el cambio de magnitud y dirección del transporte advectivo, mientras que la porosidad actúa solo en cambios de magnitud de la velocidad.

Se ha reconocido desde hace mucho tiempo que la incertidumbre estructural puede ser el factor dominante. Esto es especialmente importante en modelación de aguas subterráneas, donde la estructura geológica es dominante para el flujo del agua subterránea pero donde el conocimiento específico de la geología es limitado. La simulación del flujo a través de medios geológicos heterogéneos requiere que los modelos numéricos capturen los aspectos importantes de las estructuras dominantes del flujo. Solo una selección limitada de métodos operacionales han sido desarrollados para cuantificar las incertidumbres estructurales en los modelos geológicos.

Por otro lado, en las últimas tres décadas, los métodos estocásticos han sido las herramientas favoritas para generar imágenes de variables hidráulicas. Estas técnicas son capaces de producir la heterogeneidad observada en algunas escalas. Sin embargo, hay un gran potencial para hacer adaptaciones inteligentes de las herramientas de simulaciones estocásticas a los modelos tradicionales, por ejemplo el método basado en cadenas de Markov que genera campos de conductividad hidráulica para modelos de flujo, con el objetivo de representar realísticamente el nivel de heterogeneidad de las variables del subsuelo.

La investigación aquí propuesta proporcionará métodos nuevos de asimilación de conceptos geológicos en las simulaciones numéricas, expandiendo el conocimiento y la habilidad para visualizar en la geometría en tres dimensiones de las unidades sedimentarias, así como presentar un método que investigue los efectos de los caminos de los valores extremos de la conductividad hidráulica.

SE11-7

### UN MÉTODO PARA RUTEAR EN EL SISTEMA DE RECOLECCIÓN DE RESIDUOS SÓLIDOS

Parra Guevara David  
*Centro de Ciencias de la Atmósfera, UNAM*  
 pdavid@atmosfera.unam.mx

El sistema de recolección de residuos sólidos en zonas urbanas es de gran importancia, ya que la acumulación de desechos en sitios no adecuados dentro de la ciudad (calles, parques, etc.) o en sus inmediaciones (barrancas, bosques, etc.), origina diversos efectos nocivos en los ecosistemas, en la salud humana y en la infraestructura de la ciudad [3].

Un sistema eficaz para la recolección de los residuos sólidos urbanos requiere un plan de movimiento completo de las unidades recolectoras por las calles y avenidas (ruteo), lo cual necesita de un método para planificar los recorridos o trayectos. Un antecedente importante de este tipo de planeación se tiene en los procedimientos de la US-EPA [4], donde los recorridos se determinan por el reconocimiento de algunos patrones simples que forman las calles y avenidas, y que se repiten en cada municipio. Este tipo de procedimiento es posible cuando el trazo de la ciudad es regular, es decir, cuando las calles son paralelas o perpendiculares en su mayoría, con pocas variaciones. Sin embargo, cuando el trazo de la ciudad es irregular y contiene un gran número de vías el problema de planificar los recorridos no es trivial [3].

En este trabajo se analiza este problema de ruteo modelando un sistema complejo de calles y avenidas como un grafo no-dirigido, conexas con nodos de

grado par [1]. Se presenta un algoritmo para planificar el recorrido óptimo de las unidades recolectoras como un trayecto cerrado, completo y simple, es decir, como un circuito de Euler en el grafo [1]. El algoritmo determina el movimiento entre las aristas (calles) por descenso de máxima incidencia, siguiendo los nodos de mayor grado, es decir, en forma similar a la dispersión más eficiente dentro de una red libre de escalas [2]. Dicho algoritmo construye el circuito de Euler en un número finito de etapas, las cuales dependen de la estructura del grafo (conexiones entre calles y avenidas), pero nunca exceden al orden de éste (intersecciones de calles). En cada etapa el algoritmo determina un subgrafo con un circuito de Euler, lo cual genera una partición del grafo original. El encaje de tales circuitos en nodos de contacto constituye el trayecto cerrado, completo y simple de todo el sistema. Este algoritmo es rápido, ya que su tiempo de ejecución depende cuadráticamente del número de aristas, por lo que se puede aplicar a problemas de planificación de rutas en sistemas de gran tamaño. Al final del trabajo se presenta una estrategia para disminuir el número de etapas y acelerar el algoritmo, así como una extensión del método a los sistemas con vías que presentan dirección.

Referencias

1. Chartrand, G. y P. Zhang, Introduction to graph theory. McGraw-Hill, 2005.
2. Pastor-Satorras R. y A. Vespignani, Epidemic spreading in scale-free networks. Physical Review Letters, 86, 3200-3203, 2001.
3. Pichtel, J., Waste management practices. Municipal, hazardous and industrial. CRC Press, 2005.
4. USEPA. EPA-530-R-95-023. Decision-Makers guide to solid waste management. Solid waste and emergency response. United States Environmental Protection Agency. Manual. Washington, DC., 2003.

SE11-8

**A STUDY OF NONLINEAR FLOWS IN A BOUNDED DOMAIN WITH CONSERVATIVE FULLY DISCRETE SHALLOW-WATER SCHEMES**

Filatov Denis<sup>1</sup> y Skiba Yuri<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Centro de Investigaciones Computacionales, IPN

<sup>2</sup>Centro de Ciencias de la Atmósfera, UNAM  
denisfilatov@gmail.com

Abstract. Recently we have developed a conservative finite difference model for the simulation of shallow-water flows on a sphere [1, 2] that has a series of benefits over other modern schemes [3, 4]. The present study is an extension of the developed approach to the case of a bounded domain. Employing operator splitting of the original equation and carefully treating the boundary conditions, we construct mass- and energy-conserving finite difference schemes that can be used for modelling shallow-water flows in a sea gulf, in a bay, etc. Importance of correct splitting of the boundary conditions is discussed. Behaviours of solution's key integral characteristics in time are analysed. Several numerical tests, including those with purely nonlinear effects, are presented.

Keywords: Shallow-water equations, conservative finite difference schemes, nonlinear flows in a bounded domain.

Referencias

1. Yu.N. SKIBA and D.M. FILATOV, Simulation of Soliton-like Waves Generated by Topography with Conservative Fully Discrete Shallow-Water Arbitrary-Order Schemes, Int. J. Numer. Meth. Heat & Fluid Flow, 19 (2009) 982-1007.
2. Yu.N. SKIBA and D.M. FILATOV, Mass and Energy Conserving Fully Discrete Schemes for the Shallow-Water Equations, in: G. Spadoni (ed.), Energy Conservation: New Research, Nova Science Publishers, USA, 2009, pp. 155-197.
3. T.D. RINGLER and D.A. RANDALL, A Potential Enstrophy and Energy Conserving Numerical Scheme for Solution of the Shallow-Water Equations on a Geodesic Grid, Mon. Wea. Rev., 130 (2002) 1397-1410.
4. R. SALMON, Poisson-Bracket Approach to the Construction of Energy- and Potential-Enstrophy-Conserving Algorithms for the Shallow-Water Equations, J. Atmosph. Sci., 61 (2004) 2016-2036.

SE11-9

**PROGRAMACIÓN LINEAL PARA EL CONTROL DE LA CONTAMINACIÓN DEL AIRE**

Parra Guevara David, Skiba Yuri y Pérez Sesma Arturo  
Centro de Ciencias de la Atmósfera, UNAM  
pdavid@atmosfera.unam.mx

La contaminación del aire existe en todas las escalas desde lo extremadamente local hasta lo global. En cada escala los eventos de contaminación tienen diferentes características determinadas por la intensidad y la ubicación de las fuentes contaminantes, la reactividad de las sustancias emitidas y las condiciones de dispersión atmosférica (viento, turbulencia, etc.). Un elemento común en todos estos eventos es que la mezcla de los contaminantes ocasiona

una amplia gama de efectos adversos en las personas y en los ecosistemas, los cuales van desde la irritación de las vías respiratorias y reacciones asmáticas en los seres humanos, hasta el deterioro de los bosques, la acidificación de los cuerpos de agua y el cambio climático global.

Desafortunadamente, este fenómeno persistirá en el mediano plazo debido a que el uso de los combustibles fósiles (principal fuente de la contaminación atmosférica) no tendrá un cambio sustancial en las próximas décadas (BP statistical review of world energy-2009). Por tal motivo, es necesario crear programas complementarios de control de emisiones a corto (CECP) y largo plazo (CELP).

En el CELP se planifica la reducción de las emisiones con base en un periodo anual y con el fin de acotar el número de días al año en que se violan algunas normas de la calidad del aire [1]. Por otra parte, en el CECP se establecen criterios cuantitativos y cualitativos para reducir las emisiones durante los episodios de mala dispersión atmosférica (inversiones térmicas) que favorecen la acumulación excesiva de los contaminantes durante algunas horas. Este tipo de programa se diseña para mantener la concentración promedio de cada contaminante por debajo de la norma ambiental respectiva hasta que existan mejores condiciones de dispersión [3].

En este trabajo se presenta un modelo de programación lineal (MPL) que define factores de amortiguamiento sobre las emisiones contaminantes en el contexto del CECP [2]. La función objetivo por minimizar representa el costo de la aplicación del control. Para determinar las restricciones del problema de optimización se considera un modelo de dispersión tridimensional para sustancias pasivas bien formulado y el correspondiente modelo adjunto. Las funciones de influencia (soluciones adjuntas) permiten establecer las restricciones ecológicas en forma integral a través del principio de dualidad para la concentración promedio de cada contaminante [2]. Se muestran algunas características del MPL (el cual se resuelve por el método simplex y un método de punto interior) y ejemplos sintéticos de su aplicación. Finalmente, se propone una generalización de esta técnica de control interpretando los coeficientes de la matriz de restricciones como coeficientes de transferencia, lo cual permite usar modelos de dispersión más generales.

Referencias

1. Greenberg, H. J., Mathematical programming models for environmental quality control. Operations Research, 43 (4), 578-622, 1995.
2. Parra-Guevara, D., Yu. N. Skiba and A. Pérez-Sesma, A linear programming model for controlling air pollution. International Journal of Applied Mathematics, 23 (3), 549-569, 2010.
3. Skiba, Yu. N. and D. Parra-Guevara, Pollution level assessment and control of emission rates. In: Progress in Air Pollution Research. Nova Science Publishers, USA, 219-260, 2007.

SE11-10

**MÉTODOS COMPUTACIONALES DE EOR: GALERKIN DISCONTINUO Y TÉCNICAS UPWINDING**

Rosas Medina Alberto<sup>1</sup> y Herrera Revilla Ismael<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Posgrado en Ciencias de la Tierra, Instituto de Geofísica, UNAM

<sup>2</sup>Instituto de Geofísica, UNAM  
albertico@geofisica.unam.mx

Actualmente los modelos matemático-computacionales de yacimientos petroleros son ampliamente utilizados en la recuperación mejorada del petróleo (EOR) Además, la aparición de técnicas complejas de recuperación en el campo de la producción petrolera ha hecho hincapié en la necesidad de herramientas matemáticas y computacionales sofisticadas. Entre los métodos de discretización utilizados, Galerkin discontinuo debe mencionarse [Chen 1,2]. Una teoría verdaderamente general y sistemática de los métodos Galerkin discontinuo (dG) puede formularse utilizando funciones de base y de prueba, funciones definidas por partes, que pueden ser completamente discontinuas a través de la frontera interna que separa los elementos finitos entre sí.

Sin embargo, esto no se hace en las fórmulas habituales de los métodos dG, a pesar del hecho de que tal teoría está disponible [3] (el origen de esta teoría se remonta a [4,5]).

En esta charla se presenta en detalle esta teoría innovadora de los métodos dG, que trata funciones discontinuas definidas por tramos, sin recurrir a multiplicadores de Lagrange. Entonces como una ilustración, se aplican para obtener una interpretación nueva y más precisa de técnicas de upwinding.

Palabras clave: Upwind, transporte dominado por advección, Galerkin discontinuo.

[1] Zhangxin Chen, Guanren Huan, Yuanle Ma. Computational Methods for multiphase flows in Porous Media. SIAM 2006.

[2] Hongsen Chen, Zhangxin. Chen, Guanren Huan, Zhongxiao Wang. Mixed discontinuous FE methods and Their Applications to Two-Phase Flow in Porous Media. Contemporary Mathematics, 295. 2002.

[3] I. Herrera, Theory of differential equations in discontinuous piecewise defined functions, Numerical methods for partial differential equations, 23 (2007), 597-639.

[4] I. Herrera, "Unified Approach to Numerical Methods. Part 1. Green's Formulas for Operators in Discontinuous Fields". Journal of Numerical Methods for Partial Differential Equations, 1(1), pp. 12-37, 1985.

[5] I. Herrera, Chargoy, L. y Alducin, G. "Unified Approach to Numerical Methods. Part 3. Finite Differences and Ordinary Differential Equations". Journal of Numerical Methods for Partial Differential Equations, 1, 241-258, 1985.

SE11-11

### PROPIEDADES DE AUTO-SIMILARIDAD Y AUTO-AFINIDAD DE PATRONES DE FRACTURAS EN ROCAS GENERADOS CON UN MODELO ESTOCÁSTICO DE CRECIMIENTO LAPLACIANO

Aguilar Hernández Alejandra y Ramírez Santiago Guillermo  
Universidad Nacional Autónoma de México  
alec@fisica.unam.mx

En este trabajo se investigaron las propiedades de auto-similaridad de patrones bidimensionales obtenidos de imágenes binarias de contornos de fracturas en rocas de diferente origen geológico y diferentes escalas de longitud. También se estudiaron las propiedades de auto-similaridad y auto-afinidad de un Modelo Estocástico de Crecimiento Laplaciano (MECL) bidimensional que emula las propiedades estructurales de contornos de fracturas en rocas. El MECL se define en términos de un proceso de iteración de una transformación conforme, no lineal, de una solución elemental de la ecuación de Laplace. La transformación conforme no lineal depende explícitamente de dos parámetros,  $a$  y  $l$ . El parámetro  $a$ , varía continuamente en el intervalo  $(0, 1)$ , y define la forma de una protuberancia que se añade en cada etapa de crecimiento del contorno, mientras que  $l$  representa el área de la protuberancia. Después de realizar  $n$  iteraciones el mapeo no lineal produce un patrón de fractura. La variación de  $a$  en el intervalo  $(0, 1)$  genera familias de patrones bidimensionales de fracturas con diferentes propiedades estructurales. Esto permite emular fracturas en rocas de escalas de longitud y origen geológico diferentes. Para caracterizar las propiedades estructurales de los patrones de fracturas tanto en rocas como los obtenidas con el modelo, se calcularon tres diferentes dimensiones fractales: (i) de capacidad, (ii) de información y (iii) de correlación. También se calculó el exponente de rugosidad asociado a los perfiles angulares de los patrones obtenidos con el MECL. De un análisis detallado de la estructura de estos patrones, se encontró que las dimensiones fractales de capacidad, información y correlación decrecen monótonamente conforme  $a$  aumenta. Cuando  $a$  toma valores muy cercanos a la unidad los valores de estas tres dimensiones fractales tienden a converger a un mismo valor, sugiriendo un carácter auto-similar de los patrones. Además, de un análisis de las correcciones al escalamiento del exponente de rugosidad de los patrones obtenidos con el MECL se concluye que la familia de patrones con  $a = 0.9$  tiene propiedades auto-afines. Lo que es más importante, para este valor de  $a$  el valor del exponente de rugosidad está dentro del rango de valores reportados para fracturas en rocas. Un resultado notable de este trabajo es que las propiedades de auto-similaridad de los contornos de fracturas en rocas en las escalas de milímetros y metros coinciden con las de los patrones del MECL con  $a = 0.15$  y  $0.30$ , respectivamente. Así también, las propiedades estructurales de fracturas en rocas en la escala de kilómetros coinciden con las de los patrones del MECL con  $a = 0.90$ . Esto indica que diferentes familias de patrones obtenidos con el MECL representan bien la estructura auto-similar de los contornos de fracturas en rocas en estas escalas de longitud.

SE11-12

### STABILITY AND CONVERGENCE CONSIDERATIONS ON THE NUMERICAL SOLUTION OF THE TRANSPORT EQUATION

Sánchez Vizuet Tonatiuh y Skiba Yuri  
Centro de Ciencias de la Atmósfera, UNAM  
aber\_leider@hotmail.com

Besides its intrinsic value on the mathematical modelling of non-diffusive transport phenomena, the transport equation constitutes an excellent didactical tool with which to introduce the study of numerical methods for the solution of partial differential equations. The relative simplicity of its structure, as well as the availability of an analytical solution provide an easy way to compare the results predicted by different numerical schemes with the analytical solution of the problem, thus allowing a transparent view of the importance of fundamental aspects of numerical analysis such as the stability of a scheme and the convergence of the numerical solutions. In this work we study the Upwind, Lax-Wendoff and Box finite difference schemes for smooth and discontinuous initial conditions as well as for different values of the Courant parameter. The results are compared with the analytical solutions to obtain accuracy estimates for each in terms of mean square and maximum error.

References:

1.-Sánchez Vizuet, T. "Soluciones de la ecuación de transporte unidimensional: propiedades analíticas y numéricas". 2010.

2.-Skiba, Y.N "Métodos y Esquemas Numéricos. Un Análisis Computacional". 2005 Dirección General de Publicaciones y Fomento editorial, UNAM.

3.-Morton, K.W., Mayers, D. Numerical Solution of Partial Differential Equations. 2nd. Edition 2005 Cambridge University Press.

4.-Strikwerda, J. C. Finite Difference Schemes and Partial Differential Equations. 1989 Wadsworth & Brooks/Cole.

SE11-13

### COMPARACIÓN DE MÉTODOS DE LINEALIZACIÓN APLICADOS A UN MODELO DE FLUJO EN DOS FASES EN MEDIOS POROSOS

Zavala Sosa Emilio y De la Cruz Salas Luis Miguel  
Instituto de Geofísica, UNAM  
ezavalasosa@gmail.com

Una de las técnicas de recuperación secundaria de petróleo es la inyección de fluidos en medios porosos. Modelar este tipo de procesos requiere de la solución de un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales no lineales y acopladas. Para resolver este tipo de problemas se requiere de algún método que permita linealizar dichas ecuaciones. En este trabajo se comparan tres métodos con los cuales es posible resolver la no linealidad: IMPES (Implicit Pressure, Explicit Saturation), IMPES mejorado y Newton-Raphson. Se resuelve un modelo en dos fases (agua-aceite) usando la formulación de la presión del aceite y la velocidad total. Las ecuaciones se discretizan usando el método de volumen finito en mallas cartesianas regulares.

El análisis de desempeño de los algoritmos implementados correspondientes a cada método, se realiza evaluando los siguientes aspectos: tiempo de ejecución del problema para diferentes configuraciones, uso de memoria y facilidad de paralelización del algoritmo de cada método.

SE11-14

### DISEÑO ÓPTIMO DE REDES DE MONITOREO DEL AGUA SUBTERRÁNEA APLICANDO COMPUTO EN PARALELO

Leyva Suárez Esther, Herrera Zamarrón Graciela y De la Cruz Salas Luis Miguel  
Instituto de Geofísica, UNAM  
estherley@yahoo.com

El diseño óptimo de redes de monitoreo es un tema importante dentro de la hidrología, ya que en general, las redes de monitoreo tienen como objetivo cuantificar una variable que varía en el espacio y el tiempo utilizando un número limitado de estaciones de medición distribuidas de forma óptima en la región de observación.

Herrera (1998) propuso un método para el diseño óptimo de redes de monitoreo que utiliza un modelo de flujo y transporte estocástico. En éste, la simulación estocástica (también conocida como simulación Monte Carlo) se utiliza para evaluar diferentes momentos estadísticos del modelo. La forma en la que se aplica la simulación estocástica consiste en generar realizaciones repetidas de la variable aleatoria considerada (carga hidráulica o algún parámetro de calidad del agua subterránea) a través de un modelo de flujo y/o transporte. Sin embargo, con frecuencia se requieren un gran número de corridas de los modelos para que los momentos converjan, lo que en una computadora serial puede requerir muchas horas de uso continuo, dependiendo del problema del que se trate y de la capacidad de la computadora. Por este motivo se requiere paralelizar el proceso y lograr que éste se lleve a cabo en un tiempo razonable.

El proceso de la simulación estocástica es altamente paralelizable, ya que cada corrida del modelo se puede llevar a cabo en forma independiente. En este trabajo se presentan los resultados de algunas pruebas de paralelización del programa GWQMonitor (que aplica el método propuesto por Herrera), mediante el manejo de scripts en un sistema de alto rendimiento.

SE11-15

### ESTABILIDAD DE FLUJOS ZONALES SOBRE UNA ESFERA

Hernández Rosales Arturo<sup>1</sup> y Skiba Yuri<sup>2</sup>  
<sup>1</sup>ESIA, Unidad de Ciencias de la Tierra, IPN  
<sup>2</sup>Centro de Ciencias de la Atmósfera, UNAM  
ahernandezr0100@ipn.mx

Se considera la estabilidad lineal de flujos zonales sobre una esfera en rotación. Se analizan tres condiciones necesarias para la inestabilidad de dichos flujos, las cuales son: a) condición de Rayleigh-Kuo, b) condición de Fjortoft, y c) condición de Skiba. Las dos primeras condiciones ponen restricciones al perfil del flujo zonal y se aplican a cualquier flujo. A diferencia de las dos primeras condiciones, la tercera condición restringe la estructura del modo inestable y se

aplica sólo a los polinómios de Legendre que representan las funciones básicas para formar cualquier flujo zonal. Las tres condiciones complementan uno a otro en el estudio de la estabilidad infinitesimal de flujos zonales sobre la esfera. Se presentan resultados numéricos y se discuten las aplicaciones de las tres condiciones de inestabilidad.

Referencias:

1. Rayleigh, L. (1879). On the stability or instability of certain fluid motions, Proc. London Math. Soc., s1-11, 57-72.
2. Kuo, H. L. (1949). Dynamic instability of two-dimensional nondivergent flow in barotropic atmosphere. J. Meteorol., 6: 105-122.
3. Fjortoft, R. (1950). Application of integral theorems in deriving criteria of stability of laminar flow and for baroclinic circular vortex, Geophys. Publ. Norske Vid.-Akad. Oslo, 17: 1-52.4.
4. Skiba, Yu. N. (2000). On the normal mode instability of harmonics waves on a sphere, Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics, 92: 115-127.

SE11-16

**DISEÑO ÓPTIMO DE REDES DE MONITOREO PARA LA CALIDAD DEL AGUA SUBTERRÁNEA CON MUESTREO A DIFERENTES PROFUNDIDADES**

Simuta Champo Roel<sup>1</sup> y Herrera Zamarrón Graciela<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM

<sup>2</sup>Instituto de Geofísica, UNAM  
simucharo@yahoo.com

Las redes de monitoreo de la calidad del agua subterránea son indispensables para el estudio y solución de los problemas de contaminación de acuíferos, pero también representan los componentes de dicho estudio de mayor costo, tanto por los gastos asociados con la operación de los pozos de monitoreo como los del análisis de las muestras. Por este motivo un problema relevante es cómo reducir los costos asociados con el monitoreo de la calidad del agua subterránea. Tal reducción se puede lograr a través del muestreo de menos pozos, o del muestreo de los mismos pozos pero menos veces, o por la combinación de ambas estrategias. G. Herrera (1998) propuso un método para la optimización espacio-temporal de redes de monitoreo de la calidad del agua subterránea que combina un filtro de Kalman ensamblado, un modelo de transporte estocástico y un método de optimización de adiciones sucesivas. El filtro de Kalman se aplica en el dominio espacio y tiempo para evaluar cómo una muestra que se toma de un pozo dado y en un tiempo dado, reduce la varianza para todas las posiciones y tiempos en los que se buscan los estimados. Una de las entradas para el filtro de Kalman es la matriz de covarianza espacio-temporal de la concentración del contaminante en todas las posiciones y tiempo de muestreo posibles. G. Herrera deriva los elementos de esta matriz de covarianza de la ecuación de advección y dispersión que gobierna el transporte de masa numéricamente discretizada. Para optimizar la red, G. Herrera busca determinar dónde y cuando muestrear para minimizar una función de la varianza del error de la concentración estimada (obtenida del filtro de Kalman) en las posiciones y tiempos de interés. La determinación de un plan de muestreo óptimo se obtiene a través de un procedimiento secuencial que selecciona los puntos de muestreo en espacio-tiempo que minimizan la función en cada paso, y se detiene cuando la función alcanza un valor predeterminado. En esta plática se presenta la incorporación a la metodología propuesta por G. Herrera de la selección de la profundidad a la que se toma la muestra y se prueba en un caso controlado basado en un caso real en el acuífero de Toms River en Nueva Jersey.

SE11-17

**APLICACIÓN DE CÓMPUTO PARALELO PARA LA SOLUCIÓN EFICIENTE DE UN PROBLEMA DE INYECCIÓN DE AGUA**

Flores Vargas Ricardo y De la Cruz Salas Luis Miguel  
Instituto de Geofísica, UNAM  
hombredespacio@hotmail.com

En la actualidad, la explotación petrolera en México requiere del desarrollo de metodologías de recuperación secundaria y terciaria que permitan un aprovechamiento óptimo de este recurso natural. Los modelos matemáticos y computacionales son una herramienta muy poderosa para estudiar y predecir el comportamiento de este tipo de fenómenos. En este trabajo se hace una formulación de un flujo bifásico en medios porosos basado en el modelo de petróleo negro. En esta formulación se resuelve una ecuación de presión para el aceite y una ecuación de saturación para el agua. Dichas ecuaciones son discretizadas mediante el método de volumen finito (MVF), en mallas Cartesianas regulares. El problema particular que se resuelve en este trabajo es en un dominio cuadrado con cuatro pozos productores en las esquinas y un pozo inyector en el centro (five-spot configuration). Aprovechando la simetría del sistema se puede resolver un cuarto del área del dominio, con el tratamiento adecuado de las condiciones de frontera. Debido a que los yacimientos petroleros son muy extensos es interesante e importante aplicar

la teoría descomposición de dominio de una forma óptima, para ello aplicamos algunos métodos de paralelización y comparamos su aceleración y eficiencia, en la solución del problema antes planteado.

SE11-18

**ESTIMACIÓN DE LA RECARGA EN MODELOS ESTOCÁSTICOS DEL FLUJO SUBTERRÁNEO UTILIZANDO UN FILTRO DE KALMAN ENSAMBLADO**

Kohn Ledesma Ingrid Alejandra<sup>1</sup> y Herrera Zamarrón Graciela<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Posgrado en Ciencias de la Tierra, UNAM

<sup>2</sup>Instituto de Geofísica, UNAM  
ingridkl@gmail.com

El principal objetivo de las redes de monitoreo del agua subterránea es llevar a cabo estimaciones de la carga hidráulica o de parámetros de la calidad del agua y su variación con el tiempo. Un método que involucra el espacio y el tiempo de forma combinada para el diseño óptimo de este tipo de redes fue propuesto por G. Herrera (1998). El método utiliza en forma combinada un filtro de Kalman espacio-temporal ensamblado, un modelo estocástico de flujo y transporte, y un método de optimización de adiciones sucesivas. Al aplicar este método, es importante que las características del modelo estocástico sean congruentes con los datos de campo. Por esta razón, Herrera y Briseño (2010) aplicaron un filtro de Kalman espacio-temporal ensamblado, para estimar la conductividad hidráulica, obteniéndose buenos resultados. En este trabajo, se propone una modificación de este método para la estimación del término de la recarga en el modelo estocástico.

SE11-19

**UN FILTRO DE KALMAN ENSAMBLADO PARA LA ESTIMACIÓN DE LA CONDUCTIVIDAD HIDRÁULICA EN MODELOS ESTOCÁSTICOS DEL FLUJO SUBTERRÁNEO**

Briseño Ruiz Jessica Vanessa<sup>1</sup> y Herrera Zamarrón Graciela<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM

<sup>2</sup>Instituto de Geofísica, UNAM  
jevabrir@hotmail.com

Herrera (1998) propuso un método para el diseño óptimo de redes de monitoreo de la calidad del agua subterránea que involucra el espacio y el tiempo de forma combinada. Para obtener las estimaciones de la concentración del contaminante que se esté analizando, este método emplea un filtro de Kalman ensamblado en espacio y tiempo, con base en un modelo estocástico de flujo y transporte. Cuando el método se aplica es importante que las características del modelo estocástico sean congruentes con los datos del problema, pero en general es laborioso tener un buen ajuste entre ellos manualmente. Por esta razón el principal objetivo de este trabajo es extender el filtro de Kalman ensamblado en espacio y tiempo propuesto por Herrera, a la estimación de la conductividad hidráulica y aplicarlo en un ejemplo sintético. El método consiste de tres pasos; 1) Dada la media y el semivariograma del ln K, se obtienen realizaciones aleatorias de este parámetro. Para ello se emplean dos alternativas: la primera consiste en obtener realizaciones del ln K empleando simulación secuencial Gaussiana (SGSim) y la segunda consiste en obtener las realizaciones empleando el método Latin Hypercube Sampling (LHS). 2) Con las realizaciones de lnK obtenidas con SGSim o LHS, se emplea el modelo estocástico para producir el mismo número de realizaciones de la carga hidráulica (h) y del contaminante (C). Con estas realizaciones se obtienen las medias de h, de ln K y de C y también la matriz de covarianza cruzada h-lnK-C. La matriz de covarianza se obtiene mediante promedios de las realizaciones de h, ln K y C en los puntos de estimación y en las posiciones en las que se tienen datos de algunas de las variables. Los puntos de estimación están distribuidos en la zona afectada por la pluma del contaminante y son las posiciones en donde se desea obtener las estimaciones de ln K usando el filtro ensamblado de Kalman. 3) Finalmente se realiza la estimación de ln K, h y C empleando el filtro de Kalman ensamblado en espacio y tiempo. El filtro de Kalman requiere de una estimación espacio-temporal inicial y de la matriz de covarianza del error de esta estimación. La matriz de covarianza cruzada de h-lnK-C y la media de las realizaciones se emplearon con este fin. El caso de estudio sintético tiene un área de modelación de 700 x 700 metros, con 702 nodos y 1306 elementos. Se considera un solo pozo de bombeo, ubicado en la parte central de la zona de estudio. Para el modelo de transporte de contaminantes se considera un área de emanación de contaminante en la zona oeste de la zona de estudio. La malla de estimación es uniforme y está compuesta por 48 nodos dispersos en toda la zona de estudio y con una separación aproximada de 90 metros entre los nodos. Es en esta malla es en donde se realiza la estimación de parámetros. En esta plática se presentarán los resultados de este caso de estudio.