

Experimentos didácticos en Resistividad de Corriente Directa: Arreglos tetrapolares en un medio estratificado.

Marco Antonio Pérez Flores, José Serrano Ortiz, Armando Calderón Moctezuma y Yunuhen Muñiz Gallegos
CICESE, Departamento de Geofísica Aplicada. Ensenada, B.C.

RESUMEN

Este trabajo está dirigido a los estudiantes de Geofísica Aplicada y Geofísicos que trabajen con Resistividad de Corriente Directa. Se proponen cuatro experimentos numéricos sencillos con arreglos tetraelectródicos. En el primero se estudia qué tan exacto es usar el arreglo del Método de Schlumberger aproximado comparado con el de Wenner. El segundo consiste en abrir los electrodos MN (de potencial) para ver los efectos provocados en la curva de resistividad aparente. El tercer experimento consiste en rotar los electrodos MN. El cuarto, consiste en desplazar MN lateralmente sobrepasando un electrodo de corriente. Se podrá ver en los diversos experimentos que la curva de resistividad aparente se afecta, lo que resulta en una mayor o menor profundidad de penetración. Todos los experimentos se comparan con el método Schlumberger, que se utiliza como referencia dada su importancia en los aún tan usados Sondeos Eléctricos Verticales (SEV's).

INTRODUCCIÓN

El método de Resistividad de Corriente Directa se empezó a usar desde los tiempos de los hermanos Schlumberger en Francia (Schlumberger, 1922; Wenner, 1912). Fue un método que ganó con rapidez adeptos por todo el mundo y para la década de los 70, ya se usaban las famosas Curvas Maestras de Orellana (Orellana y Mooney, 1966). Como geofísicos siempre nos preguntamos por qué el arreglo de Schlumberger debe tener una aproximación para MN muy pequeños, con respecto a la distancia AB . La respuesta es que es más fácil en campo mover los electrodos MN lo menos posible. También porque esa aproximación nos permite usar solo una integral en lugar de dos, cuando se hace modelado con capas. En aquella época, ahorrarse tiempo de cómputo debió ser muy importante. Con las computadoras actuales, ya no tiene sentido. Para un medio estratificado, se tiene que resolver el problema numéricamente con una transformada de Hánkel. Si el arreglo es colineal tetrapolar y simétrico se resuelven dos integrales; si es asimétrico o no-colineal se resuelven cuatro y si es el de Schlumberger solo una.

$$V(R, z) = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^\infty (1 + 2A_1) J_0(\gamma R_{AM}) d\gamma$$

$$= \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^\infty K_1(\gamma) J_0(\gamma R_{AM}) d\gamma$$

Con las computadoras modernas y los métodos de integración hechos a la medida, toma menos de un segundo una sola integral; podemos calcular miles en pocos minutos. En los experimentos numéricos que se plantean aquí se usan arreglos colineales y no-colineales, así que en general trabajaremos con el caso de las cuatro integrales. El algoritmo que diseñamos trabaja con el método recursivo de Pekeris (1940), para hallar la transformada de la resistividad de la primera capa, que es donde inyectamos corriente y medimos la diferencia de potencial entre los electrodos M y N .

El algoritmo que diseñamos nos permite mover los electrodos asimétricamente y en forma no-colineal. Es decir que entran las coordenadas (x, y) de cada electrodo. Esto nos permite mover los cuatro electrodos arbitrariamente sobre el plano (x, y) .

METODOLOGIA

La metodología se puede hallar en diversos libros de Métodos Geo-eléctricos (Koefoed, 1979; Nabighian, 2008). Parte de este material está contenido en los cursos de las carreras de Geofísica Aplicada. Sin caer en lo obvio haremos una descripción breve de la metodología utilizada.

Si medimos sobre un medio (semi-espacio) homogéneo, tenemos que resolver la ecuación de Laplace para el potencial eléctrico V :

$$\nabla^2 V=0 \quad (1)$$

Debido a la simetría esférica de las líneas de igual potencial (equi-potenciales), la ecuación (1) se resuelve en coordenadas esféricas. Para el caso más sencillo, de un punto fuente A y un punto de medición M , la solución para V nos queda

$$V=I\rho/2\pi R \quad (2)$$

donde I es la corriente inyectada por la fuente (Electrodo A), V es el potencial medido en el electrodo receptor M . Las fuentes y receptores se suponen puntuales, porque están representados por varillas de cobre que se entierran sobre el suelo (electrodos). La distancia entre fuente y receptor es R . A este tipo de arreglo se le llama polo-polo, que sería el arreglo elemental. Lo que midamos en el receptor V dependerá de la corriente, de la distancia fuente-receptor y de la resistividad del medio ρ . La ecuación (2) también nos dice que podemos determinar la resistividad del medio con solo saber la corriente inyectada, el potencial medido y la distancia entre electrodos. Esta ecuación es utilizada aun para medios heterogéneos, pero entonces la resistividad obtenida ya no será la real. Convencionalmente se le llama resistividad aparente.

Para un arreglo tetrapolar, o sea dos electrodos de fuente (A y B) y dos electrodos de recepción (M y N), la ecuación (2) en términos de la resistividad aparente nos queda:

$$\rho_a = 2\pi \frac{\Delta V}{I} \left[\left(\frac{1}{R_{AM}} - \frac{1}{R_{BM}} \right) - \left(\frac{1}{R_{AN}} - \frac{1}{R_{BN}} \right) \right]^{-1} \quad (3)$$

$$= 2\pi \frac{\Delta V}{I} G^{-1}$$

donde:

$$R_{AM} = \sqrt{(x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2} \quad (4)$$

Es la distancia entre el electrodo fuente A y el electrodo receptor M . De manera similar para R_{BM} , R_{AN} y R_{BN} . G es el factor geométrico y solo depende de la localización de los electrodos.

La ecuación (3) nos dice que para el caso de un arreglo de cuatro electrodos, es equivalente a cuatro arreglos polo-polo. La ecuación (3) solo es válida si el medio es homogéneo y con frontera aire-tierra plana. Sin embargo, tal ecuación se usa cotidianamente para convertir los datos crudos de campo a resistividad aparente. Esto quiere decir que se usa aun para medios complejos con topografía, con estructuras bidimensionales o tridimensionales en el subsuelo. Este sobreuso indiscriminado puede llevar a obtener resistividades aparentes absurdas en casos especiales. La ecuación (3) nos sirve para tener una idea burda de las capas del subsuelo. Es la ecuación que usaremos para representar los datos de los experimentos numéricos aquí propuestos, solo que $\Delta V = V_B - V_A$ está asociado a un semi-espacio estratificado.

Los arreglos más conocidos son Schlumberger, Wenner y dipolo-dipolo. Los dos primeros se abren simétricamente alrededor de un centro o eje de simetría y su objetivo es ver variaciones de la resistividad aparente a un medio estratificado. Sin embargo, actualmente se usan para modelado e inversión de medios bidimensionales. El dipolo-dipolo se usa abriendo los electrodos y recorriéndolos lateralmente. Se usa para ver variaciones de la resistividad vertical y lateralmente. Es el arreglo más usado para modelado e inversión en un semi-espacios 2D y 3D.

Para un medio estratificado (1D), la resistividad aparente dependerá también de las resistividades verdaderas de cada capa y sus espesores. La ecuación de Laplace (1) se aplica a cada una de las capas, excepto la primera que es donde está la fuente. En un medio de capas las líneas de igual potencial son circulares en el plano (x, y) y ya no son circulares en el plano (x, z) . Por lo tanto se resuelve la ecuación de Laplace para cada capa, pero con coordenadas cilíndricas, que son las que presentan la simetría antes descrita.

$$\begin{aligned}
 V(R, z) &= \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^\infty (1 + 2A_1) J_0(\gamma R_{AM}) d\gamma \\
 &= \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^\infty K_1(\gamma) J_0(\gamma R_{AM}) d\gamma
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

donde J_0 es la función de Bessel de orden cero, A_1 es un coeficiente de la primera frontera debajo de la superficie aire-tierra. Este coeficiente representa una ecuación que depende de las resistividades de cada capa y sus espesores. Esta ecuación puede ser corta si se trata de solo dos capas, larga para tres capas y casi imposible de obtener para cuatro o más capas. Para muchas capas se usa un método numérico recursivo.

$$\begin{aligned}
 \Delta V &= \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left[\int_0^\infty K_1(\gamma) J_0(\gamma R_{AM}) d\gamma + \int_0^\infty K_1(\gamma) J_0(\gamma R_{BM}) d\gamma \right. \\
 &\quad \left. + \int_0^\infty K_1(\gamma) J_0(\gamma R_{AN}) d\gamma + \int_0^\infty K_1(\gamma) J_0(\gamma R_{BN}) d\gamma \right]
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Este ΔV se sustituye en la ecuación (3); de esta manera podremos calcular la resistividad aparente para un medio estratificado. Pero no debemos olvidar que en la ecuación (3), aunque ΔV sea el apropiado, la ecuación en general es la de un semi-espacio homogéneo, por eso le llamamos resistividad aparente. Las ecuaciones (5 y 6) contienen ρ^1 en forma explícita, porque los electrodos de medición (M y N) están colocados sobre la primera capa. Sin embargo, K^1 contiene todas las resistividades de las capas de manera implícita. La ecuación (6) se puede usar para cualquier arreglo colineal o no-colineal, pues la ecuación (4) nos permite poner los electrodos donde sea dentro del plano (x, y), pero sobre $z=0$, o sea, en una superficie aire-tierra plana (figura 1). Para un arreglo colineal simétrico como el Wenner y el Schlumberger sin aproximación, las cuatro integrales se reducen a dos, pues $R_{AM}=R_{BN}$ y $R_{AN}=R_{BM}$. En el caso del Schlumberger aproximado se reduce a una integral en términos de J^1 . Hace algunas décadas este ahorro era sustancial, pues las computadoras no tenían el rendimiento de las actuales. En la actualidad, podemos trabajar con la ecuación (6) incluso para arreglos simétricos sin mayor diferencia en el tiempo de cómputo. Usamos la ecuación (6) por su generalidad para cualquier arreglo. El coeficiente se obtiene por medio del método recursivo de Pekeris (1940) y las integrales de Hánkel se calculan de una manera bastante rápida y eficiente, usando métodos de integración o filtros a la medida.

Nosotros utilizamos los de Anderson (1979). Existen otros métodos recursivos y otros filtros, pero los resultados deben ser los mismos. Nuestros experimentos los realizamos tomando como ejemplo un modelo de cinco capas o dicho de otra manera, cuatro capas y un semi-espacio (figura 1). O sea, que K^1 depende de cinco resistividades y de cuatro espesores. Los arreglos que se usaron para los experimentos, son tres colineales y uno no-colineal.

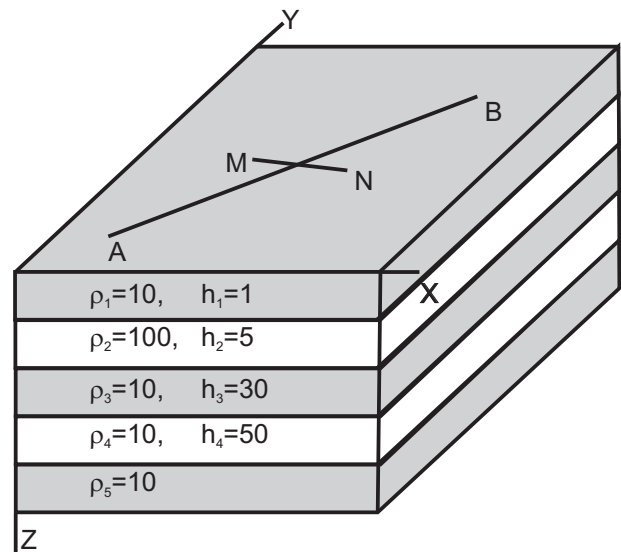


Figura 1. Modelo usado para los cuatro experimentos. La quinta capa, es un semi-espacio homogéneo y no requiere de espesor. Las unidades de la resistividad y espesores son en ohm-metro y en metros, respectivamente.

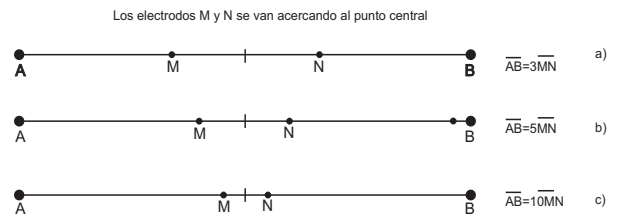


Figura 2. Disposición de los electrodos MN para el experimento 1. Los electrodos M y N se van acercando al punto central.

Experimento 1

Se trata de un arreglo colineal, donde los electrodos de corriente se localizan en los extremos y los de potencial en medio (Figura 2). Cuando las distancias AM , MN y NB son iguales, se dice que es un Wenner (Figura 2a). Cuando la distancia $AB \geq 10MN$, entonces se dice que es un Schlumberger con la aproximación. Cuando la distancia MN es infinitesimal, la razón $\Delta V/R_{AB} \equiv EX$ esto reduce las cuatro integrales de la ecuación (6) a una en términos de la función de Bessel de orden uno. Existen programas de modelado e inversión para Sondeos Eléctricos Verticales (tipo Schlumberger) que trabajan con esa aproximación. Si se dispone de ese tipo de software, es importante tomar los datos en campo respetando la proporción AB contra MN . De otra manera, estaríamos usando datos sin aproximación y un software con aproximación.

En este experimento mantendremos MN siempre en el centro y abriéndose para mantener una proporción determinada. Por ejemplo, si queremos mantener la proporción $AB = 3MN$ que sería la del Wenner, abriríamos los electrodos AB con el objeto de ver las capas más profundas de nuestro modelo (Figura 1) y simultáneamente abriríamos MN para mantener la proporción. Esto lo podemos hacer fácilmente, porque es un ejemplo de computadora, pero en la práctica, MN se mantiene pequeño y se mueve lo menos posible. Empezaremos con: $p=3$, o sea $AB=pMN=3MN$, luego par $p=4, 5, 10, 15$ (Figura 3).

En la Figura 3 se grafica el logaritmo de base diez de $AB/2$ contra el logaritmo de base diez de la resistividad aparente. Como se ve, el $AB/2$ máximo fue de 10,000 metros. El modelo es conductor, resistivo, conductor, resistivo y conductor. Por eso muestra dos máximos debido a las dos capas resistivas. La gráfica en general muestra que todas las curvas se parecen mucho. Esto nos dice que el Wenner ($p=3$) y el Schlumberger ($p=10$) ven casi lo mismo. No hay mucha diferencia entre ellos. Las curvas de $p=10$ y $p=15$ se sobreponen, lo cual nos indica que efectivamente para $p \geq 10$, la aproximación del Schlumberger funciona bien. Es decir que no hay necesidad de hacer en campo MN , 10 veces menor que AB . La diferencia entre curvas se observa mayor entre $p=3$ y $p=10$. Para $p=10$ se

alcanza la cuspide del máximo resistivo en $AB/2=1.0$ y para $p=3$ poco después. También el mínimo se alcanza en $AB/2=1.7$ y para $p=3$ poco después. En general la curva de $p=3$ se halla un poco recorrida hacia la derecha. Esto nos dice que el Wenner tiene ligeramente menor profundidad de penetración. Pues para un $AB/2$ fijo, por ejemplo 1.0 , $p=10$ empieza a ver la siguiente capa y $p=3$ todavía no. Es decir que tenemos que abrir ligeramente más el $AB/2$ para ver las mismas capas que ve el Schlumberger. También se observa que en la curva de $p=3$ los mínimos y máximos de resistividad aparente, son menores que los de $p=10$. Es decir, que la curva de $p=3$ se deforma ligeramente menos que la de $p=10$. Esto nos dice, que el Wenner también tiene menos resolución. En un programa de inversión los datos del Schlumberger nos darían un modelo más cercano al real que si trabajamos con los datos del Wenner. Podemos concluir que Schlumberger y Wenner ven casi lo mismo, aunque existe una ligera ventaja del Schlumberger sobre el Wenner en profundidad de penetración y resolución. También de que la aproximación del Schlumberger se cumple para $p=10$ ó mayor.

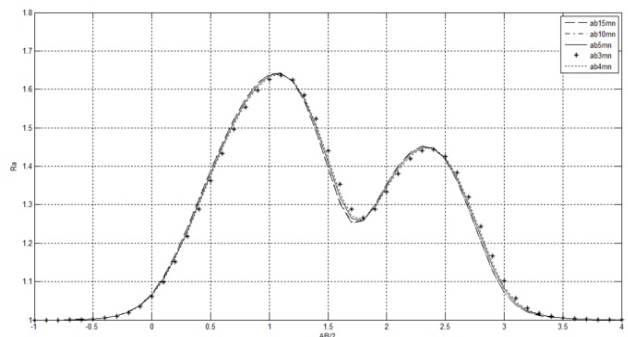


Figura 3. Respuesta del modelo de la figura 1, para el experimento 1.

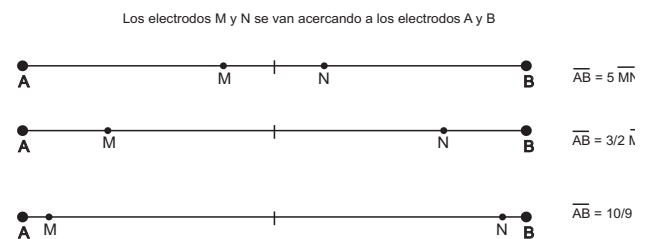


Figura 4. Disposición de los cuatro electrodos para el experimento 2. Los electrodos M y N se van acercando a los electrodos A y B.

Experimento 2

Este experimento es muy parecido al experimento 1. Ahora abriremos aun más los MN , hacia $p=3/2$ y $p=10/9$. Tomando como referencia $p=10$ (ver figuras 4 y 5). Al abrir más los electrodos MN , las distancias entre AM y BN son menores y esto provoca una menor profundidad de penetración. La curva de $p=10/9$ muestra un desfase hacia la derecha muy pronunciado indicando que se necesitan $AB/2$ mayores para ver las capas que el Schlumberger ya vio. Por ejemplo, la curva de $p=10$ alcanza el máximo a $AB/2=1.0$ y empieza a ver la capa conductora que hace descender la resistividad aparente, a esa misma $AB/2=1.0$ la curva de $p=10/9$ sigue subiendo sin llegar al máximo y por lo tanto aún no se percata de la presencia de una capa conductora más profunda.

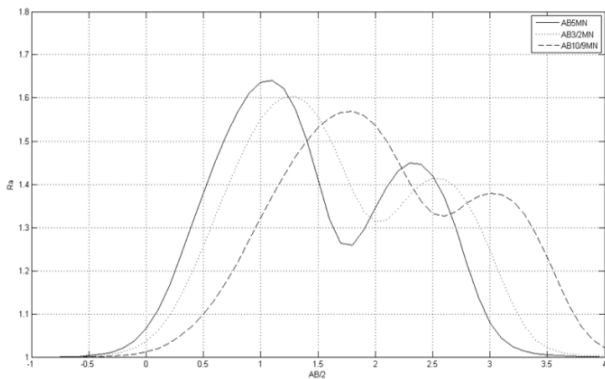


Figura 5. Respuesta del modelo para el experimento.

También a $p=10/9$ los máximos y mínimos son menores con respecto a $p=10$. Esto nos indica que la resolución es menor. La curva de $p=10$ alcanza una resistividad aparente más cercana a 2.0 (que es la real), en ambos máximos y una resistividad aparente más cercana a 1.0 en el mínimo (que es la real). La curva de $p=10/9$ tiene los lóbulos más anchos, lo que da la impresión de que fue filtrada por un pasa bajas frecuencias. Podemos concluir que mientras los MN estén más cercanos al centro del arreglo o punto de simetría, alcanzaremos la mayor profundidad de penetración y resolución, que es el caso del Schlumberger.

Experimento 3

En este experimento aprovechamos la ecuación (4), donde expresamos las distancias entre AM y demás como no-colineales, es decir que los electrodos tienen coordenadas (x, y) .

Como se ve en la Figura 6, Los electrodos MN se rotaron a 30° , 60° y 90° y se compararon con la curva de Schlumberger cuyos electrodos MN están a 0° . Para el caso de 90° , el programa no funcionó. La respuesta está en el factor geométrico G (ecuación 3). En este caso, la línea MN quedaría perpendicular a la línea AB , por lo tanto las distancias $AM=AN$ y $BM=BN$. De acuerdo a la ecuación (3), el factor geométrico es $G=0$ y por lo tanto su inverso es indeterminado. A esto se le llama *arreglo nulo*. En un semi-espacio homogéneo, unidimensional y algunos casos de bidimensional, $\Delta V = 0$. Sin embargo, para casos tridimensionales $\Delta V \neq 0$. Usar arreglos nulos en el campo y obtener $\Delta V \neq 0$ es indicador de la tridimensionalidad de las estructuras geoelectricas del subsuelo.

El experimento consistió en incrementar la distancia MN conforme se iba abriendo AB , conservando la proporcionalidad de $p=10$. Además los electrodos se rotaron 30° y 60° . Es interesante ver que las tres curvas son prácticamente iguales. Si tomamos mediciones en el campo, sobre un semi-espacio estratificado, las mediciones serían iguales, considerando el rango de error del equipo. Esto significa que de la ecuación (3) $2\pi/I$ es una constante. Solo varían ΔV y G . El cociente $DV=f(AB/2)$, es una función invariante con la rotación de MN . O sea que, ΔV y G varían, pero de alguna manera se compensan. En un medio homogéneo, 1D ó 2D se debe comportar como invariante. Sin embargo en un medio 3D las curvas deben ser diferentes entre 0° , 30° y 60° . Ésta es otra alternativa para enfatizar estructuras 3D en lugar de *arreglos nulos*, pues se evita la indeterminación de G^{-1} .

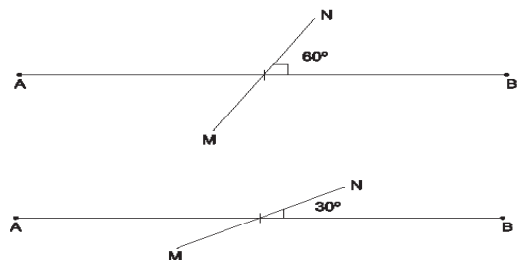


Figura 6. Disposición de los electrodos en el experimento 3. Rotación de M y N.

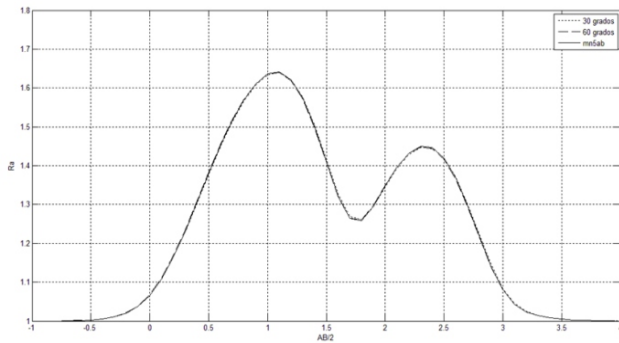


Figura 7. Respuesta del modelo para el experimento 3.

Experimento 4

Este experimento consistió en mover los electrodos MN lateralmente, sacándolos del centro o eje de simetría. En la Figura 8 se aprecia cómo el par se va acercando al electrodo B y en un caso N queda fuera de la línea AB . Se usó la proporción $p=5$ y se comparó con el Schlumberger ($p=10$). Si tomamos como unidad la distancia $AB/2$, en el primer caso M queda a $1/4$ de esa distancia y N a $2/4$. Para el segundo caso, $(M, N) = (2/4, 3/4)$. En el tercer caso, $(M, N) = (3/4, 5/4)$, o sea que, N queda fuera de la línea AB . En lo sucesivo nos referiremos por el número de caso o por la posición de N . En el primer caso ($N=2/4$), se observa que sigue la forma de la curva del Schlumberger, pero está desfasada a la derecha y sus máximos son menores al Schlumberger (Figura 9). Esto nos indica que tenemos menor profundidad de penetración y resolución. Ello, debido a que la distancia NB disminuye como se observó en el experimento 2. Lo mismo sucede para el segundo caso ($N=3/4$). En este caso la profundidad de penetración es todavía menor, pero la resolución no parece empeorar comparado con el caso 1. El caso 3 ($N=5/4$; *traslape*) nos da algo inesperado. La curva se desfasa hacia la izquierda y los mínimos parecen tener la misma altura que los del Schlumberger. Esto pareciera indicar que la resolución es la misma, pero que penetra más que el Schlumberger. En este caso, M y N están más cercanos a B , pero más lejanos de A y eso produce la mejoría en la profundidad de penetración. La distancia MN es mayor en el caso 3, comparado con el caso 1 y 2. Sin embargo, si se conservara la distancia el comportamiento sería

muy parecido. Si los electrodos MN se mueven hacia A , es equivalente a cambiar la polaridad de la fuente y por el principio de reciprocidad deben obtenerse las mismas curvas de resistividad aparente.

Se puede concluir que al mover lateralmente MN no se produce ninguna mejoría con respecto a la profundidad de penetración y resolución. Sin embargo, cuando MN se traslapa sobre una de las fuentes, hay una mejoría en la profundidad de penetración, pero no en la resolución.

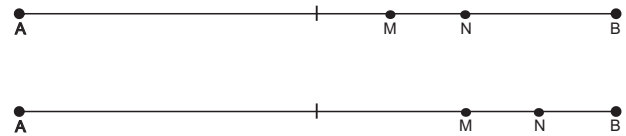


Figura 8. Disposición de los electrodos en el experimento 4. Los electrodos M y N se recorren hacia la derecha, la distancia a MN es $1/4$ de la distancia del punto central a B en los primeros dos movimientos, y para el último la distancia MN es $1/2$ del punto central a B , esto para que exista un traslape como se ve en la última ilustración.

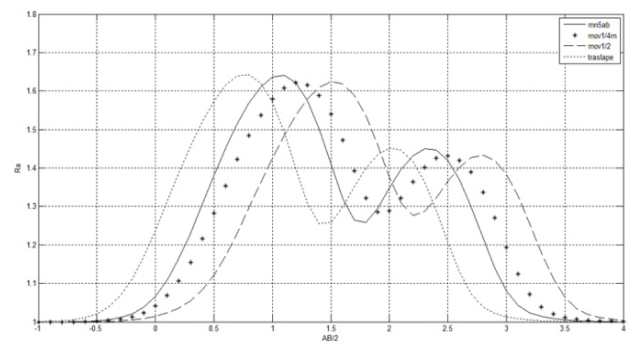


Figura 9. Respuesta del modelo para el experimento 4.

CONCLUSIONES

Los Sondeos Eléctricos Verticales aún son muy usados en la industria de la Geofísica Aplicada. Estos experimentos nos permiten conocer mejor la física de los arreglos Schlumberger, Wenner y variaciones cercanas a ellos.

Vimos que al colocar MN centrados al eje de simetría y acortándolos desde la apertura del Wenner, hasta el Schlumberger y un poco más, observamos que todas las curvas son muy similares. Hay una ligera ventaja del Schlumberger con respecto al Wenner en profundidad de penetración y resolución, pero esta ventaja es mínima. También observamos que la aproximación en el Schlumberger de MN infinitesimal es equivalente a $AB \geq 10MN$ en el campo.

Al abrir los MN desde el Wenner, observamos que la profundidad de penetración y resolución disminuyen. Concluyéndose que mientras MN este más cercano al eje de simetría, la profundidad de penetración y resolución serán máximas, que es el caso del Schlumberger.

Al rotar los MN a 30° , 60° y 90° , pensábamos que la resistividad aparente variaría, pero no fue así. Al trabajar con un margen de error como en los equipos comerciales, estas curvas fueron prácticamente iguales. Para 90° se indetermina y no se pueda calcular la resistividad aparente, no obstante que para estructuras 3D, $\Delta V \neq 0$. Sin embargo, no podríamos calcular la resistividad aparente. No al menos con la ecuación (3). Habría que modificar esa ecuación para hacerla útil en el caso 3D. Para 30° y 60° , las curvas son iguales al Schlumberger (0°). En un medio 1D y 2D no existe ninguna ventaja, pero en 3D cada ángulo aporta información diferente. En términos de inversión en 3D, sería muy útil para incrementar la resolución.

Cuando movemos los MN lateralmente, alejándolos del eje de simetría, observamos que la profundidad de penetración y resolución disminuyen. Es decir que no hay ventaja alguna sobre el Schlumberger. Sin embargo, cuando el MN traslapa en uno de los electrodos fuente, el resultado es inesperado. Nos da una clara ventaja sobre el Schlumberger en cuanto a profundidad de penetración, no

así en la resolución. Podemos realizar Sondeos Eléctricos Verticales de muchas maneras, pero definitivamente el Schlumberger nos ofrece mayor profundidad de penetración y resolución. También es más rápido y económico en campo.

La ventaja en campo de los arreglos como el Wenner es que difícilmente tendremos ΔV menores que la precisión del equipo como sucede cotidianamente con el Schlumberger cuando se cambia de MN . Debemos recordar que por el principio de reciprocidad, podemos intercambiar MN por AB . En este artículo se muestran cuatro experimentos moviendo MN dentro de la línea AB . Pero es lo mismo que si hubiéramos intercambiado MN , por AB .

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos las valiosas sugerencias del árbitro Jonás D. de Basabe Delgado para mejorar el contenido del manuscrito, así como a conacyt por las becas de posgrado para los estudiantes participantes.

REFERENCIAS

- Anderson, W.L., 1975. Improved digital filters for evaluating Fourier and Hankel transforms integrals. Geological Survey, U.S.G.S.-GD-75- 012. Denver, Colorado.
- Koefoed, O., 1979. Geosounding Principles, 1. Resistivity Sounding Measurements. Ed. Elsevier.
- Nabighian, M., 2008. Electromagnetic methods in applied geophysics: vol. 1, Theory. Ed. Society of Exploration Geophysics.
- Orellana, E. y Mooney H. M., 1966. Master tables and Curves for Vertical Electrical Soundings over Layered Structures, Interciencia, Madrid, p. 150
- Pekeris, C.L., 1940. Direct method of interpretation in resistivity prospecting. Geophysics, 5, p. 1-31.
- Pérez-Flores, M.A., 1995. Inversión rápida en 2D de datos de resistividad, magnetoteléurico y electromagnéticos de fuente controlada a bajos números de inducción. Tesis de Doctorado. División de Ciencias de la Tierra, CICESE.
- Schlumberger, C., 1920. Etude sur la prospection électrique de sous-sol. Ed. Gauthiers-Villars.
- Wenner, F., 1912. The four-terminal conductor and the Thompson bridge. Bull. U.S. Bur. Standards, 8, 559-610.

Manuscrito recibido: 13 de octubre, 2010

Recepción del manuscrito corregido: 14 de diciembre, 2010

Manuscrito aceptado: 8 de febrero, 2011