

Sesión Especial

MODELACIÓN MATEMÁTICA Y COMPUTACIONAL DE SISTEMAS TERRESTRES

Organizadores:

Guillermo Hernández García

Norberto Vera Guzmán

Agustín Alberto Rosas Medina

SE01-1

SIMULATION OF LINEAR AND NONLINEAR DIFFUSION ON A SPHERE

Skiba Yuri¹ y Filatov Denis²

¹Centro de Ciencias de la Atmósfera, UNAM

²Centro de Investigación en Computación, IPN
skiba@servidor.unam.mx

Many practically important processes such as the movement in porous media, the concentration waves in distributed chemical reactors, combustion, among others, are described by nonlinear diffusion equations. New numerical algorithms for the simulation of linear and nonlinear diffusion processes on a sphere are developed. The approach is based on splitting the original operator of diffusion problem by coordinate directions, thus reducing the solution of two-dimensional problem to the solution of two one-dimensional problems. Further, two different coordinate grids are applied to cover the entire sphere at fractional steps for solving the split 1D problems. The approach, involving the operator splitting, allows us (a) to apply in the case of sphere the same method as for a doubly periodic manifold (torus), (b) to avoid computational difficulties provided by pole singularities, and (c) to construct high-order difference schemes.

A second- and a fourth-order mass-balanced, finite difference schemes for the diffusion equation have been constructed which correctly describe the energy dissipation. The dissipation properties of split operators have also been analyzed analytically. The algorithms are cheap to implement from the computational point of view. In numerical experiments, we test the suggested technique simulating several linear and nonlinear diffusion phenomena. The developed schemes have shown to provide accurate numerical results, consistent with the analytic ones.

SE01-2

EXPERIMENTOS NUMÉRICOS CON EL MODELO SHALLOW-WATER SOBRE LA ESFERA

Pérez García Ismael y Skiba Yuri

Centro de Ciencias de la Atmósfera, UNAM
ismael@servidor.unam.mx

Se presentan tres casos de prueba, para evaluar el método numérico espectral para la solución del modelo Shallow-Water de una capa atmosférica sobre la esfera. Que son un flujo zonal interactuando con una montaña aislada, una onda Rossby Haurwitz y un flujo tropical mostrando un aspecto de la ZCIT. Este modelo espectral puede servir como un primer paso para programar los modelos climáticos de complejidad intermedia, tal como el modelo termodinámico global de Adem y es uno de los objetivos futuros.

SE01-3

RESPUESTA DE LA VARIABILIDAD DE LA TEMPERATURA GLOBAL DETERMINADA POR FORZAMIENTO ALEATORIO ADITIVO Y MULTIPLICATIVO

Moreles Vázquez Luis Efraín, Martínez López Benjamín y Gay García Carlos

Centro de Ciencias de la Atmósfera, UNAM
lemoreles@gmail.com

Se plantean algunos procesos físicos que podrían contribuir a la variabilidad registrada y futura de la temperatura global. Dichos procesos consideran ecuaciones termodinámicas para las temperaturas de la atmósfera y del océano forzadas con ruido aditivo y ruido multiplicativo. Para el caso de ruido aditivo se consideran parametrizaciones estocásticas del flujo de calor latente y de la radiación de onda larga emitida hacia la atmósfera. Se verifica, a primer orden de aproximación, que la variabilidad exhibida por la temperatura global es consistente con la hipótesis de Hasselmann, según la cual la persistencia climática puede ser vista como un proceso puramente aleatorio (procesos autorregresivos de orden 1 ó 2). Por último, se muestra la solución estacionaria de la ecuación de Fokker-Planck para ambos tipos de forzamiento aleatorio y se propone una derivación heurística para calcular el potencial asociado a cualquier ecuación diferencial estocástica uno-dimensional.

SE01-4

ANÁLISIS DE UN MODELO SIMPLIFICADO DE GENERACIÓN DE ONDAS TSUNAMI

Fraguela Collar Andrés

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP
fraguela@cfm.buap.mx

En esta ponencia se estudia, en una aproximación lineal, la influencia de un plegamiento del fondo del mar en forma de una cordillera submarina, en la propagación de ondas superficiales producidas por perturbaciones tanto de la

superficie libre del agua como del fondo que consideramos elástico. Es conocido que cuando el fondo coincide con un plano horizontal no deformable la amplitud de las ondas superficiales disminuye en el tiempo proporcionalmente a $t^{-(1)}$ cuando t tiende a infinito.

En 1965, R.M. Garipov bajo la dirección del académico M.A. Lavrentiev estudió la influencia de una cordillera submarina en la propagación de ondas superficiales pero considerando aún la restricción de que el fondo fuera indeformable. Garipov demostró que en presencia de una cordillera submarina aparecen grupos de ondas que se desplazan sobre ella y cuya amplitud decrece en el orden de $t^{-(k)}$, donde $0 < k < 1$ y depende de la forma del perfil de la cordillera. Es decir, la presencia de una cordillera submarina da lugar a grupos de ondas superficiales que se propagan a lo largo de la misma y que se amortiguan más lentamente que en el caso de fondo plano.

Nosotros veremos en este trabajo que al considerar el fondo deformable, se obtiene un efecto similar al estudiado por Garipov para las ondas superficiales producidas por movimientos del fondo. El modelo que estudiaremos fue sugerido por el académico M.A. Lavrentiev. Además, en algunos casos particulares daremos una expresión asintótica cuando t tiende a infinito de la forma de la superficie libre del agua como consecuencia de una perturbación inicial del fondo. Veremos que existen condiciones iniciales para el fondo que producen el amortiguamiento más lento posible para las ondas superficiales generadas. Es decir, veremos que la cordillera submarina produce un efecto de guía de ondas para la propagación de ondas superficiales en el agua.

En este sentido puede considerarse el presente trabajo como el estudio de un mecanismo que permite explicar la generación de ondas superficiales en mar abierto, como consecuencia del movimiento de una cordillera elástica submarina, las cuales se amortiguan muy lentamente, lo que podría interpretarse como un modelo simplificado de generación de ondas tsunami.

Para obtener estos resultados utilizaremos técnicas de la teoría de operadores diferenciales que permiten reducir el problema al estudio del espectro de una familia de operadores diferenciales dependientes de un parámetro, definida en un espacio de Hilbert conveniente. Demostraremos que bajo ciertas condiciones sobre el perfil de la cordillera submarina, el haz cuadrático tiene un número finito de valores propios que dependen analíticamente del parámetro asociado a la familia de operadores y que a las correspondientes funciones propias se le asocian grupos de ondas superficiales que se expresan mediante integrales cuya asintótica cuando t tiende a infinito puede ser estudiada utilizando el método de fase estacionaria.

SE01-5

FILTRO DE KALMAN ENSAMBLADO ESPACIO-TEMPORAL IMPLEMENTADO EN PARALELO CON APLICACIONES A PROBLEMAS DE AGUA SUBTERRÁNEA

Leyva Suárez Esther, Herrera Zamarrón Graciela y De la Cruz Salas Luis Miguel

Instituto de Geofísica, UNAM
estherley@yahoo.com

La asimilación de datos es un proceso que une modelos de predicción y mediciones usando los beneficios de ambas fuentes de información. Un método secuencial de asimilación de datos, se llama filtro de Kalman Ensamblado (EnKF por sus siglas en inglés), y fue diseñado para resolver dos de los mayores problemas relacionados con el uso del filtro de Kalman extendido (EKF) con dinámica no-lineal en estados de espacio grandes, es decir, el uso de un esquema cerrado de aproximación y los enormes requerimientos computacionales asociados con el almacenamiento y la posterior integración de la matriz de covarianza del error.

El EnKF ha ganado popularidad debido a su simple formulación conceptual y a su relativa facilidad de implementación. Éste ha resultado útil en diversas aplicaciones de la meteorología y la oceanografía, recientemente las aplicaciones del método comenzaron a aparecer en ingeniería del petróleo y en hidrogeología.

El Filtro de Kalman Ensamblado Espacio-Temporal (EnETKF por sus siglas en inglés), antes llamado Filtro de Kalman Estático, fue introducido por Herrera (1998) y desarrollado en forma independiente del EnKF de Evensen (1994), para la optimización espacio-temporal de las redes de monitoreo del agua subterránea. Se aplica de la misma forma que el EnKF (mismas ecuaciones de corrección y mismos requerimientos), la diferencia estriba en que el EnETKF, se aumenta el vector de estado (variable a estimar) para los tiempos de interés. En años recientes, este método se ha utilizado para la asimilación de datos y la estimación de parámetros en modelos de flujo y transporte de aguas subterráneas.

Se cuenta con un software escrito en Fortran 90 que implementa el EnETKF para modelos de agua subterráneas. Las alternativas de paralelización de este software son tres: realizaciones concurrentes mediante el uso de scripts en sistemas de alto rendimiento, paralelización en sistemas de memoria compartida usando directivas de compilación (OpenMP) y paralelización en sistemas de memoria distribuida (MPI). En este trabajo se propone el uso de scripts para realizaciones concurrentes, pues es la estrategia más simple y genera buenos resultados con poco esfuerzo de programación. Se presentan

resultados para un caso de estudio sencillo y un análisis de aceleración del tiempo de cálculo.

SE01-6

UN MODELO DE FLUJO SUBTERRÁNEO DE LA RECARGA DEL ACUÍFERO DEL VALLE DE LEÓN, GTO.

Luna Andrade Mónica Azucena y Hernández García Guillermo de Jesús
Instituto de Geofísica, UNAM
 monicaa.luna@gmail.com

En este trabajo se analiza numéricamente la recarga del acuífero del Valle de León, Gto. Dicho análisis se realizó mediante las ecuaciones en derivadas parciales en 3D que representan el flujo de agua subterránea en un medio poroso, y que son aproximadas numéricamente usando el programa VISUAL MODFLOW.

Se presenta la teoría básica y generalidades científicas de los acuíferos, los fundamentos teóricos y experimentales que permiten hacer el análisis del reservorio y se explica la manera en que se llega a la aproximación en diferencias finitas del modelo hidrodinámico de flujo. Se presentan datos y los estudios previos del acuífero para describir minuciosamente cómo está constituido. Posteriormente, se explica el modelo previo del cual se obtuvieron las recargas para tres intervalos de tiempo de 10, 25 y 50 años.

Este análisis, nos muestra la cantidad de agua necesaria para garantizar el abastecimiento suficiente de este recurso para las necesidades del Valle de León, Gto. en los años venideros. También nos hace notar que la recarga actual en este sistema-acuífero tomando en cuenta los volúmenes infiltrados a través de la siembra de agua de lluvia y las evaluaciones en el modelo de flujo evidencian la necesidad de una gran cantidad de tiempo que haga notorio el cambio de nivel del agua en el reservorio causado por la recarga natural.

SE01-7

THE DERIVED-VECTOR SPACE: A UNIFIED FRAMEWORK FOR NON-OVERLAPPING DOMAIN DECOMPOSITION METHODS

Herrera Revilla Ismael
Instituto de Geofísica, UNAM
 iherrera@geofisica.unam.mx

We introduce a 'primal' framework, which we call the 'derived-vector space (DVS) framework' that permits a synthetic and effective integration of both: primal and 'dual' formulations of non-overlapping domain decomposition methods with constraints, including those most commonly used: BDDC, prototype of primal formulations, and FETI-DP, prototype of dual formulations. The most prestigious primal framework that exists today was introduced by Dohrmann and BDDC was developed in that setting. Therefore, it is similar to the derived-vector space (DVSD) framework, albeit a significant difference is that, in the DVS framework, the problem considered is transformed into one that is defined in a product vector space and, thereafter, all the numerical work is carried out in the derived-vector space. Nothing like that is done in BDDC. Another important difference is that the DVS has a Hilbert-space structure that is defined even when the problems are non-symmetric or indefinite. This manner of approaching DDM simplifies the algorithmic formulations, which are summarized in a set of eight matrix-formulas applicable to the matrices that are generated when treating numerically partial differential equations or systems of such equations; furthermore, such matrices may be symmetric, non-symmetric and indefinite. They can be, and have been, directly used for code development; all the information that is required to know in order to apply them is the system-matrix of the original continuous problem. Of the set of formulas mentioned above, two preconditioned matrix-formulas had not been reported previously in the literature, albeit they have a state-of-the-art efficiency.

Keywords: Iterative substructuring, non-overlapping domain decomposition; BDD, BDDC; FETI, FETI-DP; preconditioners; product space; Lagrange multipliers

SE01-8

MÉTODOS DE DESCOMPOSICIÓN DE DOMINIO AJENOS PARA PROBLEMAS NO SIMÉTRICOS

Rosas Medina Agustín Alberto y Herrera Revilla Ismael
Instituto de Geofísica, UNAM
 albertico@geofisica.unam.mx

Se presenta una visión general de los métodos de descomposición de dominio con dominios ajenos. En este trabajo a los métodos más eficientes tales como balancing domain decomposition (BDD) y finite element thearing and interconnecting (FETI) se les ubica dentro de un marco teórico desarrollado por Herrera y colaboradores, conocido como "derived-vector space". Dentro de este marco se incluyen los métodos más usados comúnmente: BDDC, prototipo de

las formulaciones primal y FETI-DP, prototipo de las formulaciones dual. Cabe mencionar que FETI y sus variantes trabajan con recursos de multiplicadores de Lagrange y en el caso de BDD y sus variantes aborda los problemas sin recurso de multiplicadores de Lagrange. Estas fórmulas matriciales son igualmente aplicables a matrices simétricas y no simétricas provenientes de una ecuación diferencial o de un sistema de tales ecuaciones, y para el desarrollo de los códigos computacionales basta conocer las matrices provenientes del problema original. Los resultados numéricos que se muestran son aplicados a problemas no simétricos y además con problemas de advección dominante.

Keywords: Métodos de descomposición de dominio, BDD, BDDC, FETI, FETI-DP, advección-difusión.

SE01-9

DDM APPLIED TO SUBSURFACE FLOW AND TRANSPORT

Hernández García Guillermo de Jesús
Instituto de Geofísica, UNAM
 ghdez@geofisica.unam.mx

Parallel computing is one of the most effective methods for increasing computational speed. On the base of this method, in this work various mathematical and numerical techniques were developed to apply domain decomposition methods. Applying this method and the finite element methods, to the flow and transport in porous media, it was possible to obtain efficient parallelization of the governing equations in reservoirs with dominant advection.

The domain decomposition method has been investigated recently by several authors for bi-dimensional and tri-dimensional elliptic and parabolic problems. This method is attractive because it permits parallel processing of finer meshes to approach the domain at transport problems.

We consider some simple iterative sub-structuring methods that rely on a partition non-overlapping sub-domain. At the global domain an internal boundary a local domains are defined. The Schur complement matrix, relative to the unknowns on the internal boundary is obtained. This matrix can be found by sub-assembling local contributions. In particular solving the Schur system for the unknowns at the internal boundary, the internal components can be found.

A code was developed for the Domain Decomposition Method, DDM, applied to the Transport in porous media. This approach yields simple unified matrix-expressions, in terms of a generalized Schur-complement matrix. Applying this method, to the flow and transport in porous media, permit to obtain efficient parallelization of the governing equations in reservoirs with dominant advection.

SE01-10

FINITE VOLUME SIMULATION OF A TWO PHASE FLOW MODEL IN POROUS MEDIA USING MULTICORE ARCHITECTURES

De la Cruz Salas Luis Miguel y Monsivais Velazquez Daniel
Instituto de Geofísica, UNAM
 luiggi@unam.mx

In this work we present a numerical solution of a two-phase flow model in porous media based in the black oil model assumptions, commonly used in petroleum engineering. The mathematical model is formulated in terms of a two non-linear partial differential equations, one for a non-wetting phase pressure (oil) and a the other one for a wetting phase saturation (water). To solve these non-linear and coupled equations, we use the well-known improved IMPES algorithm: the pressure equation is first solved implicitly, and once the pressure values are obtained, they are used to explicitly determine the saturation values. Besides, we take a much larger time step for the pressure than for the saturation. The equations are discretized using a finite volume strategy in combination with several approximation schemes to calculate the saturation on the faces of the volumes. Comparisons of the accuracy of these schemes are presented. The solution of the linear system for the pressure equation is solved using three implementations of the BiCGstab Krylov method. These implementations were done for shared memory architectures with OpenMP and CUDA, and for distributed memory architectures with PETSc. Several case studies are presented and the speedup for the three parallel techniques before mentioned is discussed.

SE01-11

MODELOS MACROHIBRIDOS MIXTOS EN DOMINIOS GENERALES EN 3D

Vera Guzmán Norberto
Instituto de Geofísica, UNAM
 nrbrtvr@gmail.com

En este trabajo se plantea un modelo macrohíbrido mixto de flujo en medios porosos en una geometría general en 3D, con el propósito de aplicar cómputo

de alto rendimiento para tratar un problema con muchos grados de libertad. La secuencia que se sigue es la siguiente.

1. Se plantea un problema mixto de flujo en medios porosos en una geometría general en 3D.
2. Se utiliza descomposición de dominio para replantear el problema original como un conjunto de E-subproblemas, comunicados a través de condiciones de sincronización.
3. Durante la descomposición de dominio, se tiene especial cuidado en considerar que los subproblemas tengan casi el mismo número de grados de libertad.
4. Cada uno de los E-subproblemas es resuelto de manera independiente, y se plantea un ciclo iterativo para comunicar los resultados de cada subproblema a través de las condiciones de sincronización.
5. Se establece una tolerancia que debe ser satisfecha para concluir el ciclo iterativo, con el propósito de indicar que se tiene una solución global del problema.

Se presentan algunos resultados preliminares.